Treballs de fi de màster

- Catalina Vich Llompart va llegir el treball de fi de màster, dirigit per Toni Guillamon, titulat *Mètodes numèrics i analítics per estimar conductàncies en neurones*, el juliol de 2011. El treball correspon al Departament de Matemàtica Aplicada I de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Un dels problemes més importants en neurociència és conèixer la connectivitat del cervell, la qual varia segons la tasca que s'està portant a terme. Amb aquest objectiu, investigadors experimentals i teòrics intenten desenvolupar mètodes per determinar aquesta connectivitat.

Una situació prou general és intentar saber quin senyal està rebent una neurona segons el seu comportament. No obstant això, a causa de la gran quantitat i varietat de contactes sinàptics, mesurar els corrents que rep una neurona en cada instant de temps és un problema gairebé impossible de resoldre. L'estimació dels corrents d'entrada a partir de mesures experimentals factibles com ara els potencials de membrana elèctrics motiva la cerca de mètodes inversos d'estimació de paràmetres a partir de les solucions d'un sistema.

Aquest treball se centra en l'aprofitament dels enregistraments de potencials de membrana per a determinar quins corrents o conductàncies rep una neurona en cada instant de temps. En la literatura experimental, s'han trobat mètodes per estimar conductàncies, generalment basats en regressions lineals: donat un senyal ($v(t)$), s'obté un senyal filtrat ($v_{filt}(t)$) per a diferents valors d'un paràmetre de control (I_{app}) i s'aproximen aquests valors usant una relació lineal (suposadament vàlida). Estudis teòrics previs al nostre treball ja han demostrat que aquestes estimacions lineals fallen sobretot quan les neurones estan emetent potencials d'acció o *spikes* (pics sobtats del voltatge d'1 ms de durada). Una solució, doncs, seria usar l'estimació lineal només quan el voltatge està per sota un cert llindar, i així és com s'ha procedit més habitualment a la literatura experimental. No obstant això, s'ha parat poca atenció als efectes "no lineals" fora de les zones de *spikes*, amb la presència de canals iònics actius en aquests règims.

En aquest treball, hem reproduït alguns resultats coneguts, hem estudiat els efectes dels mètodes de filtratge en el procediment d'estimació i hem estès els resultats a un model amb canals iònics activats en les zones silents (en absència de *spikes*). Per aquest propòsit, hem emprat conductàncies realistes obtingudes d'una xarxa *in sillico* de neurones del còrtex visual i, considerant un model de neurona, hem simulat el seu potencial de membrana ($v(t)$) per, *a posteriori*, estimar les conductàncies amb la regressió lineal i veure si aquesta és vàlida en les zones silents.

El model es basa en una neurona amb tres canals iònics oberts (sodi, potassi i calci). Quan els canals de calci i potassi estan oberts simultàniament, ens trobem amb un altre corrent iònic denotat per I_{AHP}, el qual s'activa just després del *spike* i es manté així durant un cert període de temps.

Aquest treball, doncs, ha servit per confirmar amb models matemàtics el perill d'alguns mètodes d'estimació de conductàncies. El repte que tenim davant nostre és ser capaços de proposar mètodes alternatius (no lineals) per poder estimar millor les conductàncies que rep una neurona a partir del seu comportament; matemàticament, es tracta d'un problema invers d'estimació de paràmetres en un sistema dinàmic.

- Narcís Sayols Baixeras va llegir el treball de fi de màster, dirigit per Sebastià Xambó Descamps i Francesc Vallverdò Bayes, titulat *Mathematical methods of signal processing*, el dia 11 de novembre de 2011. El treball correspon al Departament de Matemàtica Aplicada II de la Universitat Politècnica de Catalunya.

L'objectiu d'aquest projecte és presentar de manera sistemàtica els mètodes matemàtics més rellevants dins del processament de senyal, i explorar com s'apliquen dins dels àmbits de veu i imatge. Després d'explicar els elements bàsics d'un curs estàndard en processament de senyal hem posat especial èmfasi en dues noves eines que han jugat un paper molt important dins del processament de senyal els últims anys: la teoria de patrons i la teoria d'ondetes (*wavelets*). Finalment, utilitzem totes aquestes tècniques per implementar un algoritme que detecta el grup de simetries d'un mosaic pla a partir de la seva imatge i un algoritme que retorna la seqüència de fonemes d'una senyal de veu.

- José L. Tejedor Sánchez va llegir el treball de fi de màster, dirigit per Sebastià Xambó Descamps, titulat *Past, present and challenges in Yang-Mills theory*, el dia 9 de juliol de 2012. El treball correspon al Departament de Matemàtica Aplicada II de la Universitat Politècnica de Catalunya.

El propòsit d'aquest treball és analitzar el problema de la construcció d'una teoria quàntica de Yang-Mills en dimensió 4 (un dels problemes del mil·lenni). En particular, conté una presentació detallada de les teories matemàtiques i físiques, clàssiques i quàntiques, que concorren en la seva comprensió, incloent-hi la seva evolució des del primer treball (Weyl, 1918) fins als nostres dies, tot posant de manifest el paper clau del treball fonamental de Yang i Mills (1954). Entre els ingredients matemàtics, hi ha les anomenades *teories gauge* (no quàntiques), un llenguatge essencialment equivalent a l'estudi de connexions (camps gauge) en fibrats principals. Aquestes teories estan estretament relacionades amb la teoria de camps clàssics, amb l'electromagnetisme com a exemple fonamental (és una teoria gauge amb grup $(U(1))$, seguit del camp de Yang-Mills (una teoria gauge amb grup $SU(2)$). Pel que fa als ingredients físics, l'àrea més important és la teoria quàntica de camps, de la qual en la memòria se'n fa una presentació basada en els axiomes de Wightman. També s'exploren les relacions amb la integral de Feynman i el paper de les teories gauge en el model estàndard, incloent-hi el mecanisme de Higgs. Finalment es comenta el repte al·ludit en el títol i que es pot formular així: "provar que per a tot grup de Lie compacte i simple existeix una teoria quàntica de Yang-Mills en dimensió 4 el hamiltonià de la qual té un espectre disjunt de l'interval $(0, \delta)$, per un cert $\delta > 0$".

- André Ríos va llegir el treball de fi de màster, dirigit per Sebastià Xambó Descamps, titulat *Exploring network coding capabilities*, el dia 12 de juliol de 2012. El treball correspon al Departament de Matemàtica Aplicada II de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Aquesta tesi de màster explora la codificació en xarxa (NC, de *network coding*), especialment pel que fa a la garantia de privacitat i seguretat en les xarxes de comunicacions. En el marc de NC, els missatges a transmetre es trenquen en (grups de) N paquets (vectors), els quals són enviats per diversos camins. En cadascun dels nodes de la xarxa, els paquets rebuts són combinats linealment d'una forma aleatòria, donant lloc a nous paquets que a la seva volta són transmesos per diferents camins. Finalment, en el node de destí, els paquets originals poden ser recuperats, resolent un sistema d'equacions lineals, quan s'han rebut N paquets linealment independents. Tanmateix, NC és una tècnica vulnerable pel que fa a la privacitat, ja que un observador extern amb capacitat d'anàlisi de tràfic pot relacionar un emissor i un receptor simplement tenint en compte la dependència lineal entre els paquets entrants i sortints de cadascun dels nodes. L'existència de diversos fluxos NC independents, entre diverses parelles emissor-receptor, fa que sigui necessari disposar d'un mecanisme que permeti ocultar aquesta relació de dependència.

El punt de partida per aconseguir, usant NC, que no hi hagi relacions de dependència lineal entre els paquets entrants i sortints d'un node, per a diversos fluxos, ha estat un treball de J. Wang *et al.* en què a cada flux s'associa un subespai vectorial (sobre un cos finit). D'aquesta manera la solució del problema es redueix a l'anàlisi de les interseccions d'aquests subespais. La contribució més important del nostre treball ha estat l'obtenció d'una fórmula per calcular les probabilitats d'intersecció en termes de la quantitat de paquets rebuts per a cada flux, la dimensió d'aquests vectors i el cardinal del cos finit utilitzat. També se'n deriva una expressió per al càlcul de la probabilitat d'intersecció simultània de subespais. Finalment s'analitza el problema de la descodificació de paquets rebuts en el node de destí quan hi ha pèrdua de paquets.